

Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №4 имени Героя труда
Ставрополя П.В. Лобанова», пос. Верхнестепной, Степновского
муниципального округа Ставропольского края

Индивидуальный проект на тему: Способы и методы решения уравнений с параметрами

Выполнила:

Ученица 11 класса

Коренчук Екатерина

Руководитель:

Ольга Александровна Лысенко

п. Верхнестепной, 2024 г

Оглавление:

Введение	3
Основная часть	4-7
Глава 1. Что необходимо знать для успешного решения уравнений с параметрами?	4
Глава 2. Изменение параметров в ЕГЭ в течение нескольких лет	5
Глава 3. Изучение различных способов решения параметров	5-7
Глава 4. Универсальная памятка для решения заданий с параметром	7
Заключение	7

Способы и методы решения уравнений с параметрами

Введение

Ежегодно ЕГЭ по профильной математике сдает приблизительно полмиллиона выпускников. Экзамен по данному предмету славится своей сложностью, особенно задания 2 части, среди которых 18 номер – уравнения с параметрами.

Проблема: Как подготовиться к решению заданий с параметрами?

Актуальность: Задачи с параметрами являются одними из наиболее сложных задач среди заданий с развернутым ответом. В 2023 году в качестве такого задания была предложена система уравнений с параметром. О сложности задания свидетельствует средний балл, полученный участниками в 2023 году – 0,05, и тот факт, что частично или полностью с ним справились, как правило, участники, набравшие свыше 80 итоговых баллов.

Цель: Научиться решать различными методами уравнения с параметрами.

Задачи:

1. Разобраться, что необходимо знать для успешного решения уравнений с параметрами.
2. Понять, какие параметры встречались в ЕГЭ за прошлых лет.
3. Изучить различные способы решения параметров, определить каким удобнее пользоваться в конкретном случае
4. Составить универсальную памятку о решении параметров.

Основная часть

1. Что необходимо знать для успешного решения уравнений с параметрами?

Что такое параметр

Утром на термометре было некоторое количество градусов, которое мы обозначим за «х». В обед температура воздуха изменилась в несколько раз. Во сколько раз должна была измениться температура воздуха, чтобы на термометре было 20 градусов?

Такие задачи достаточно легко решаются. Если бы изначально было пять градусов, то искомое число было бы равно $20/5=4$. А если было 10 градусов, то искомое число было бы равно $20/10=2$.

Но не все так просто. Мы не знаем, какой изначально была температура. Также мы не знаем, во сколько раз она изменилась. То есть мы получили уравнение с двумя неизвестными переменными.

Обозначим вторую переменную «а», у нас получится уравнение вида $ax=20$. Только что введенная нами переменная «а» называется параметр.

Параметр – это условная буква, вместо которой можно подставить число.

То есть параметр – это еще одна переменная, которая может принять несколько значений.

Как решать уравнения с параметром, если у нас целых две (а то и больше) неизвестных переменных? Нужен иной подход, чем при решении обычного уравнения.

Решить уравнение с параметром — это найти такие числовые значения параметра, при которых условие выполняется.

Мы ищем не единственное значение параметра, а все возможные его значения для заданного условия.

Параметры бывают различных видов, поэтому рассмотрим те, которые встречались на экзаменах прошлых лет.

2. Изменение параметров в ЕГЭ в течение нескольких лет

В 2023 году в большинстве регионов встретились задания с параметром, которые решались как графикой, так и алгеброй. Однако в некоторых регионах задачи требовали анализа монотонности функции на определенном участке, который можно сделать с помощью функции.

Вывод: для успешного решения задания номер 18 в ЕГЭ по профильной математике необходимо пройти и отрешать задания из всех 3 блоков (алгебра, графика, функция).

3. Изучение различных способов решения параметров

Тип 1. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, которые решаются алгебраически.

В такой задаче с параметром важно определить вид уравнения. Для решения таких уравнений используют 4 основных метода: метод «гвоздей», теорема Виета, метод хорошего и плохого корня, замена в параметре.

Метод гвоздей часто применяется, если необходимо найти решения на определенном отрезке квадратного уравнения. Для этого «ставят» ограничения по дискриминанту, координате вершины, значению функции в точке. Бывают случаи, когда достаточно не всех, а некоторых ограничений.

Теорема Виета также используется при решении квадратных уравнений. Корни иногда можно легко найти по теореме Виета. Однако они не станут окончательным ответом. Необходимо вдуматься в условия задания и понять, какие поставить ограничения на дискриминант, сумму и произведение корней.

Метод хорошего и плохого корня применяется в уравнениях, в которых произведение двух графиков функций равно нулю. Зачастую в таких параметрах присутствует логарифм и подкоренное выражение. На них пишется ОДЗ. Затем каждый множитель приравнивается к нулю. После этого ищем кандидатов на корни, пересекаем их с ОДЗ. Пересекаем решения, проверяем

совпадения и в ответ берем участки с необходимым количеством решений.

Замена в параметре. Уравнения с параметрами, требующие замены являются наиболее сложными из блока алгебры. Самое сложное – сделать замену, проанализировать ее, понять, что от нее «потребовать» и перейти к стандартному уравнению с параметрами.

Тип 2. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, которые решаются графически.

Графические методы решения параметров заключаются в том, чтобы построить «фиксированные графики» (в которых нет параметра «а») и построить график с параметром, проанализировать его движение.

Затем, исходя из условия задачи, находим значение параметра «а». Если нужно найти «а» в определенной области, то это обычно можно сделать подстановкой точек. Точку касания проще всего найти с помощью дискриминанта уравнения.

Основные виды графиков: прямая, парабола, гипербола, окружность и др.

Отличающиеся об общего правила методы: метод xOa и метод областей.

Метод xOa . Его суть состоит в том, чтобы построить график не на осях Ox и Oy , а на осях Oa и Ox . Он используется в тех случаях, когда параметр «а» легко выразить через «х». Далее проделываются те же действия, что в стандартных графических параметра.

Метод областей. Его используют в том случае, если в системе уравнений с параметром появляется область допустимых значений (ОДЗ), которая ограничивает какой-либо график. ОДЗ может появиться из неравенства, логарифма, подкоренного выражения и др. Суть метода состоит в том, чтобы проанализировать пересечения графиков по их областям и найти решения.

Тип 3. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, которые решаются с помощью блока функций.

Блок «Функция» используют в том случае, если нельзя определить, на каком промежутке функция возрастает, а на каком убывает. Если в уравнении функции есть какой-нибудь член в 3 и более степени, то, вероятно, придется исследовать монотонность функции через производную. Далее берем производную от начальной функции, находим ее точки экстремума, промежутки возрастания и убывания. Алгебраически доводим решение до конца.

4. Универсальная памятка для решения заданий с параметром

1. Внимательно посмотреть на данное уравнение/систему уравнений;
2. Определить каким «блоком» можно решить задачу;
3. Если задача решается не одним блоком, то выбрать тот, который для вас легче;
4. Выбрать метод решения;
5. Внимательно проделать все математические действия;
6. Записать ответ;
7. Все внимательно перепроверить.

Заключение

Вывод: Задания с параметром решаются достаточно схематически. Решить их на экзамене – реально. Но это возможно только при полноценной подготовке к этому номеру. Нужно пройти все блоки и отрешать много заданий на эти темы.